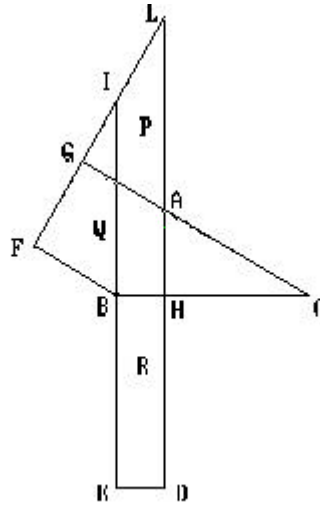


1er Théorème d'Euclide

Chaque coté de l'angle droit d'un triangle rectangle est moyenne géométrique entre l'hypoténuse et sa projection sur l'hypoténuse.

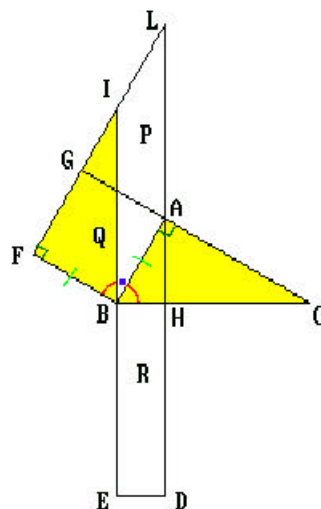


$$Hp : \hat{B}AC = 1D$$

$$Th : \overline{AB} = \sqrt{\overline{BH} \overline{BC}}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{HC} \overline{BC}}$$

Soit ABC un triangle rectangle dont $\hat{B}AC = 1D$. Dessinons un carré sur AB et soit H le pied de la hauteur issue du sommet A . Dessinons ensuite un rectangle ayant comme côtés $HD=BC$ et BH . Si l'on prolonge les deux segments BE et HD et le segment FG on obtient un parallélogramme $BALI$ (parce qu'il a les côtés opposés parallèles), et un triangle BFI qui est égal au triangle ABC .



En fait nous avons:

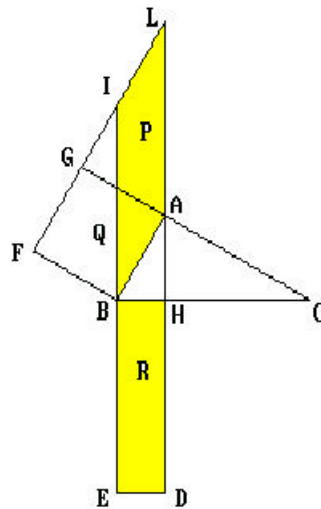
$FB = AB$ en tant que côtés d'un même carré

$\hat{BAC} = \hat{F} = 1D$, l'angle $\hat{F}$ parce que c'est l'angle d'un carré et $\hat{BAC}$ par hypothèse,

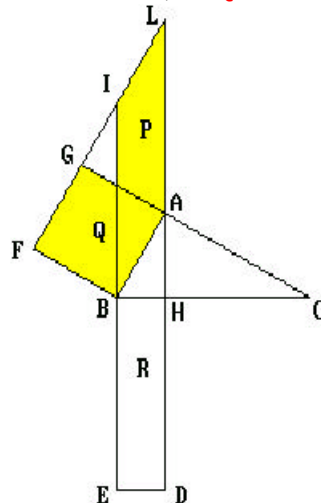
$\hat{FBI} = \hat{ABC} = 1D$ $FBI = ABC$ parce que ce sont deux angles complémentaires du même angle $I\hat{B}A$

.

Ces trois relations sont suffisantes pour affirmer que les deux triangles sont égaux. Par conséquent $BI=BC$ et étant donné que $BC=HD$, par relation transitive $BI=HD$. Maintenant, si l'on considère le parallélogramme P et le rectangle R , on observe qu'ils ont la même base $BI=HD$ et la même hauteur BH , donc ils ont la même surface ($P \equiv R$).



Il en est de même pour le carré Q et le parallélogramme P vu qu' ils ont la même base AB et la même hauteur BF , donc $Q \equiv P$; par la relation transitive, si $Q \equiv P$ et $P \equiv R$, il en suit que $Q \equiv R$.



Passons maintenant aux relations métriques:

Aire du carré = $\overline{AB}^2$, aire du rectangle = $\overline{BH} \overline{BC}$, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \overline{BC}$ et enfin la thèse

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{BH} \overline{BC}}.$$