

$$y = e^{-x}(6-x)$$

Dire in quali dei seguenti intervalli la funzione è convessa:

A =  $(6, +\infty)$

B = la f non è convessa perchè non è una parabola

C = nessuna delle altre è esatta

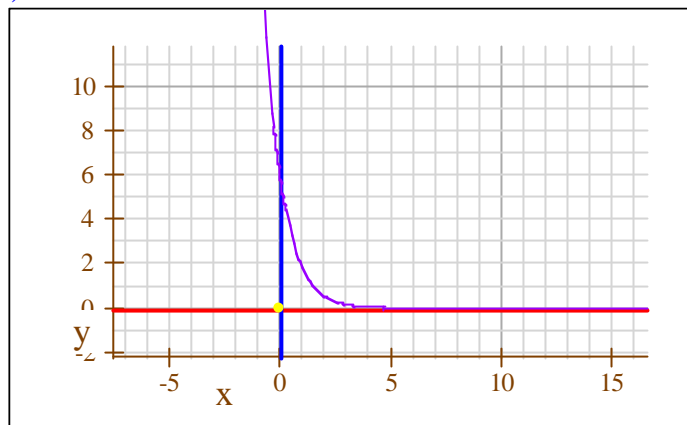
D =  $(-\infty, 10)$

E =  $(-\infty, 8)$

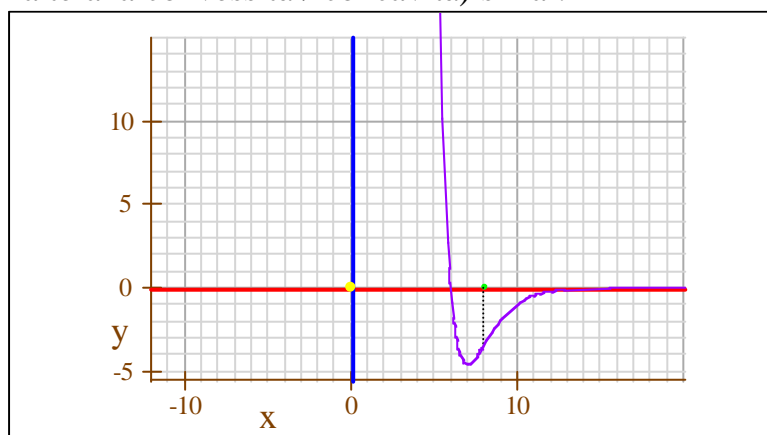
F =  $(8, +\infty)$

G =  $(-6, 10)$

Apparentemente la funzione sembrerebbe convessa su tutto l'asse reale:



Ma considerando la funzione moltiplicata per un coefficiente molto alto (che non altera la convessità / concavità) si ha :



$$y_1 = 5000y$$

Calcoliamo la derivata della funzione:

$$y' = \frac{\partial}{\partial x} y \quad y' = -(-x+6)e^{-x} - e^{-x} \quad y' = -(-x+7)e^{-x}$$

$y'$  è negativa per  $x < 7$ , nulla per  $x = 7$ , positiva per  $x > 7$  e pertanto decresce prima di 7 e cresce dopo 7. La funzione ha un flesso, e per calcolarlo bisogna calcolare la derivata seconda:

$$y'' = \frac{\partial}{\partial x} y' \quad y'' = (-x+7)e^{-x} + e^{-x} \quad y'' = (-x+8)e^{-x}$$

Pertanto la funzione è convessa in  $(-\infty, 8)$

$$y = \frac{\ln(1+2x)(1+\sin[x]) - 2x}{3x^4 + x^2}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} y$  è uguale a:

A = 0

B = 1

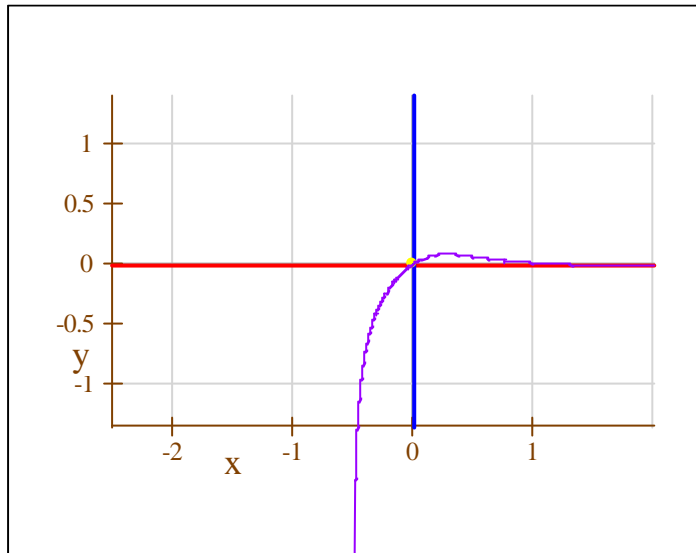
C = Nessuna delle altre è esatta

D = 2 / 3

E = Non esiste

F = 2

G = + ∞



L'espressione che definisce la funzione, nello 0, è una forma indeterminata del tipo  $\frac{0}{0}$ .

Il denominatore si scompone in  $(3x^2 + 1)x^2$  e siccome il primo fattore, per  $x \rightarrow 0$ , tende a 1, basta studiare il limite nello 0 di:

$$\frac{\ln(1+2x)(1+\sin[x]) - 2x}{x^2}$$

(vedi sotto)

$$y_2 = \frac{\ln(1+2x)(1+\sin[x]) - 2x}{x^2} \quad y_2 = -2\frac{1}{x} + \frac{(\sin[x]+1)\ln(2x+1)}{x^2}$$

$$y_2 = -2\frac{1}{x} + \left( \frac{\ln[2x+1]}{x^2} + \frac{\ln[2x+1]\sin[x]}{x^2} \right)$$

$$y_2 = -2\frac{1}{x} + \frac{\ln(2x+1)}{x^2} + \frac{\ln(2x+1)\sin(x)}{x^2}$$

$$y_2 = \frac{\ln(2x+1) - 2x}{x^2} + \frac{\ln(2x+1)\sin(x)}{x^2}$$

$$\frac{\ln(2x+1)\sin(x)}{x^2} = 2 \frac{\ln(2x+1)}{2x} \frac{\sin(x)}{x} \quad \text{per } x \rightarrow 0 \text{ tende a } 2 * 1 * 1 = 2$$

$$\frac{\ln(2x+1) - 2x}{x^2} \quad \text{applichiamo il teorema di De L'Hôpital :}$$

$$\frac{\frac{\partial}{\partial x}(\ln[2x+1] - 2x)}{\frac{\partial}{\partial x} x^2} \quad \frac{\frac{\partial}{\partial x}(\ln[2x+1] - 2x)}{\frac{\partial}{\partial x} x^2} = \frac{2\frac{1}{2x+1} - 2}{2x}$$

$$\frac{\frac{\partial}{\partial x}(\ln[2x+1] - 2x)}{\frac{\partial}{\partial x} x^2} = \frac{-4\frac{x}{2x+1}}{2x} \quad \frac{\frac{\partial}{\partial x}(\ln[2x+1] - 2x)}{\frac{\partial}{\partial x} x^2} = -2\frac{1}{2x+1}$$

che per  $x \rightarrow 0$  tende a - 2

Quindi la funzione tende a  $2 - 2 = 0$  per  $x \rightarrow 0$ .