

INTRODUZIONE ALLA LOGICA

SIMBOLI ELEMENTARI (O ATOMICI) (S)

TERMINI (O DATI) ELEMENTARI (O ATOMICI) (T)

si suddividono in :

Costanti elementari (o atomiche) (C)

sono i simboli non analizzabili (cioè scomponibili) tramite altri simboli, che assumono sempre lo stesso valore (o significato).

Il valore (o significato) di un simbolo è un altro simbolo ad esso associato da un processo detto "valutazione". Pertanto i simboli sono trattati a livello "sintattico" (ossia di manipolazione formale), mentre il processo di valutazione agisce a livello "semantico" (ossia di significati).

Esempi :

cifre decimali : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ; π (pi greco), e (numero di Nepero), i (unità immaginaria), ∞ (infinito), velocità della luce (usualmente indicata con : c), insieme di numeri naturali (usualmente indicato con : N), ... ; sono costanti anche i cosiddetti valori di verità (dette anche "costanti booleane") : V (VERO), F (FALSO). **Le costanti booleane V e F sono indicate con la sigla (B) e solitamente vengono identificate rispettivamente con le cifre 0 e 1.**

esempi di valutazioni

π

$$\pi = 3.14159265358$$

tale valore è approssimato, in quanto il valore reale di tale costante ha infinite cifre decimali (numero non razionale, ovvero irrazionale).

e

$$e = 2.71828182845$$

anche tale valore è approssimato, in quanto il valore reale di tale costante ha infinite cifre decimali (numero non razionale, ovvero irrazionale).

Se il simbolo è un numero (anche se immaginario) o una costante booleana il processo di valutazione di tale simbolo restituisce lo stesso simbolo di partenza.

Variabili elementari (o atomiche) (V)

sono i simboli non analizzabili (cioè scomponibili) tramite altri simboli, che possono assumere vari valori (o significati) Esempi : x, y, z, t, massa, altezza, ...

OPERATORI (O)

un operatore è un simbolo che non ha significato da solo, ma lo assume quando viene accostato (si dice "applicato") a uno o più **dati** (detti "argomenti" dell'operatore). In tal caso il simbolo risultante dall'applicazione dell'operatore ai suoi argomenti è detto **TERMINE COMPOSTO** o **RISULTATO** (oppure "termine molecolare", o anche "termine derivato", o ancora "termine non elementare") e può essere a sua volta argomento di operatori. Pertanto, **operatori sono i simboli che producono termini a partire da termini.**

NOTAZION PER INDICARE IL RISULTATO DERIVATO DALLA APPLICAZIONE DI UN OPERATORE AD UNO O PIU' ARGOMENTI

notazione prefissa

l'operatore precede gli argomenti, eventualmente posti fra parentesi e separati da virgole .

Esempi :

- (operatore di cambiamento di segno), 3 dato (costante atomica) da prendere come argomento dell'operatore -) : risultato -3 oppure -(3) .

temperatura (operatore), luogo (dato, variabile atomica), giorno (dato, variabile atomica), ora (dato, variabile atomica) : risultato dell'applicazione dell'operatore "temperatura" ai tre argomenti "luogo", "giorno" e "ora" : temperatura (luogo, giorno, ora) .

Esempio : temperatura (Fiumicino, 01 / 02 / 2000 , 15) è il risultato della applicazione dell'operatore "temperatura" agli argomenti "Fiumicino" (costante atomica), "01 / 02 / 2000" (termine composto), 15 (termine composto). Successivamente il termine composto trovato può essere sottoposto a valutazione; tale valutazione conduce ad un termine, ad esempio del tipo 15° (15 gradi centigradi).

notazione infissa

l'operatore è inserito fra gli argomenti, che devono essere in numero di due. A questo proposito aggiungiamo che un operatore che richiede esattamente due argomenti viene specificamente denominato **OPERAZIONE** .

Esempi :

+ (operazione di addizione), 3 (dato, costante atomica), 5 (dato, costante atomica) : risultato 3 + 5 . Tale termine composto può successivamente essere sottoposto a valutazione e tale valutazione dà, come sappiamo, il numero 8 (costante atomica).

- (operazione di sottrazione, che bisogna tenere distinto dall'operatore di cambiamento di segno, anche se solitamente essi vengono denotati dallo stesso simbolo, ossia sono "omografi"), 3 (dato, costante atomica), 5 (dato, costante atomica) : risultato 3 - 5 .

notazione suffissa (o posposta)

l'operatore segue gli argomenti, eventualmente posti fra parentesi e separati da virgole .

Esempi :

° (operatore di espressione in gradi), 3 dato (costante atomica) : risultato 3° .

m (operatore di espressione in metri), 5 dato (costante atomica) : risultato 5m.

! (operatore di fattoriale), 7 dato (costante atomica) : risultato 7!.

Il fattoriale di un numero intero positivo è definito come il prodotto di tutti i numeri da 1 al numero dato.

| | |
|----|----------|
| 1! | 1! =1 |
| 2! | 2! =2 |
| 3! | 3! =6 |
| 4! | 4! =24 |
| 5! | 5! =120 |
| 6! | 6! =720 |
| 7! | 7! =5040 |

notazioni miste, non lineari, posizionali

Esempi:

mista prefissa - infissa

if...then... (operatore di condizione), argomenti: A, B ; risultato: if A then B.

mista prefissa - suffissa

[... ..] (operatore di intervallo), argomenti: 1, 5 ; risultato: [1 .. 5].

non lineare (non sulla stessa linea)

...^{...} (operatore di esponente, o "di apice"), argomenti: 3, 2 ; risultato: 3².

non lineare

..._{...} (operatore di indice, detto anche "di pedice"), argomenti: x, 2 ; risultato: x₂.

non lineare

...
 \sum ... (operatore di somma, detto "sommatoria"), argomenti: n, 2, 6, n² ; risultato: $\sum_{n=1}^6 n^2$
...=...

posizionale

operatore di giustapposizione: ; argomenti x, y ; risultato xy

la valutazione dei termini risultanti dall'applicazione dell'operatore di giustapposizione varia a seconda del tipo degli argomenti

gli operatori si suddividono in:

Funtori (o simboli funzionali) (F)

Sono gli operatori che producono termini derivati la cui valutazione non è una costante booleana.

Predicati (o simboli predicativi) (P)

Sono gli operatori che producono termini derivati la cui valutazione è una costante booleana. Tali termini sono detti **TERMINI ENUNCIATIVI** o **FATTI (F)**. I termini enunciativi in cui non compaiono variabili (ossia quelli costituiti solo da costanti) si dicono **PROPOSIZIONI** mentre gli altri (quelli con anche una sola variabile) si dicono **ENUNCIATI** (o **FORME PROPOSIZIONALI**).

Esempi

= (predicato di uguaglianza); applicato agli argomenti x ed y dà l'enunciato x=y.

3=2 ha valore F ; 3=3 ha valore V

< (predicato di "minore"); applicato agli argomenti x ed y dà l'enunciato x<y.

3<2 ha valore F ; 2<3 ha valore V ; 2<2 ha valore F.

> (predicato di "maggiore"); applicato agli argomenti x ed y dà l'enunciato x>y.

2>3 ha valore F ; 3>2 ha valore V ; 2>2 ha valore F

2>3 0 ricordiamo l'identificazione di F con 0.

3>3 0

3>2 1 ricordiamo l'identificazione di V con 1.

2<3 1

≤ (predicato di "minore o uguale"); applicato agli argomenti x ed y dà lo enunciato x≤y. Analogamente per il predicato ≥ ("maggiore o uguale")

3≤2 ha valore F ; 2≤3 ha valore V ; 2≤2 ha valore V.

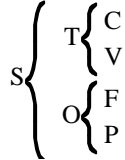
ESPRESSIONI (E)

Si dicono espressioni i termini elementari (ossia atomici) nonché quelli derivati (ossia molecolari). Tali termini costituiscono rispettivamente le espressioni "semplici" e quelle "composte". Un'espressione è detta costante (**EC**: **espressione costante**) se è stata costruita solo tramite costanti, altrimenti è detta variabile (**EV**: **espressione variabile**). I termini derivati (ossia le espressioni composte) sono rappresentati dalla sigla (D).

Le espressioni che non sono termini enunciativi sono dette **OGGETTI (O)**, in contrapposizione ai termini enunciativi. Di conseguenza si ha anche la distinzione in oggetti costanti e variabili (OC e OV) (ognuno dei quali può essere semplice (S) o derivato (D), per cui abbiamo **oggetti costanti semplici (OCS)**, **oggetti variabili semplici (OVS)**, **oggetti costanti derivati (OCD)** e **oggetti variabili derivati (OVD)**), in contrapposizione a quella in **proposizioni (PR)** ed **enunciati (EN)**.

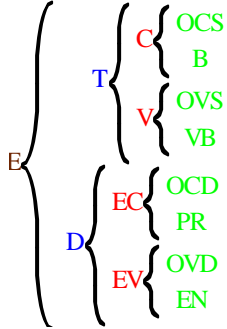
SCHEMI RIASSUNTIVI

simboli elementari :



Indichiamo, come visto, con **(B)** le costanti booleane e con **(VB)** le variabili booleane, ossia quelle variabili soggette ad assumere solo valori booleani.

espressioni :



La prima suddivisione (da E in T e D) è fatta in base al criterio della **complessità** (con le due modalità : **semplice / elementare** e **composto /derivato**), la seconda in base a quello della **variabilità** (con le due modalità : **costante** e **variabile**), la terza in base alla **booleanità** (con le due modalità : non booleano (**oggetto**) e booleano (**fatto**)).

Sostituzione di variabili e valutazione

$$x = 1 \int x > 3$$

$$x = 1 \int x > 3 = 0$$

$$x = 2 \int x^2$$

$$x = 2 \int x^2 = 4$$

$$x = 2 \int f(x)$$

$$x = 2 \int f(x) = f(2)$$

$$x = \langle 2, 3 \rangle \int f(x)$$

$$x = \langle 2, 3 \rangle \int f(x) = f(2, 3)$$

$$x = \langle 2, 3 \rangle \int f(x, x)$$

$$x = \langle 2, 3 \rangle \int f(x, x) = f(\langle 2, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle)$$

Upon **Simplify** transform $SOS(\mathbf{p}, \mathbf{x}, \mathbf{q})$ into $\mathbf{x} = \mathbf{q} \int \mathbf{p}$.

$$SOS(f[x, x], x, [y > 0])$$

$$SOS(f[x, x], x, [y > 0]) = f([y > 0], [y > 0])$$