la funzione esponenziale

- **1**
  - definizione : $e = \lim_{n \to \inf} (1 + 1/n)^n$
    - e = 2,71... è irrazionale
    - è il valore, valutato al tempo 1,
      di una quantità, unitaria al tempo 0,
      che si evolve, con tasso di crescita
      pari ad 1, proporzionalmente al tempo
      e al proprio valore istante per istante
    - ad esempio, è il valore dell'unità di denaro,
      dopo un anno, al tasso del 100%, ottenuto
      ricapitalizzando istante per istante
      (capitalizzazione continua)
  - teorema : $e^x = \lim_{n \to \inf} (1 + x/n)^n$
    - x è un numero razionale (m/n)
    - il teorema continua a valere
      se x è irrazionale
      - la funzione $x \dashrightarrow e^x$
        è detta "esponenziale naturale"
- **2**
  - teorema : per ogni t reale
    esiste $\lim_{n \to \inf} (1 + i\, t/n)^n$
    - per estensione, tale limite si indica : $e^{i t}$
    - è il punto terminale dell'avvolgimento
      di t sulla circonferenza goniometrica,
      costruendo un arco partendo dal punto 1
      - e^i dà l'arco di lunghezza 1
        detto "radiante"
      - definizione : $\cos t = Re (e^{it})$
      - definizione : $\sin t = Im (e^{it})$
      - quindi : $e^{it} = \cos t + i \sin t$
        - formula di Eulero
          (per gli immaginari)
  - teorema : per ogni z=a+bi
    esiste $\lim_{n \to \inf} (1 + z/n)^n$
    - per estensione, tale limite si indica : e^z
    - teorema : $e^{z + w} = e^z * e^w$
      - quindi : $e^{a + bi} = e^a * e^{bi}$
      - ossia : $e^{a + bi} = e^a (\cos b + i \sin b)$
        - formula di Eulero
          (per i complessi)